

باسمه تعالی

مؤسسه فرهنگی آموزشی دانش
نمونه سوال شماره ۱ ریاضی
ورودی پایه دهم

نام:

نام خانوادگی:

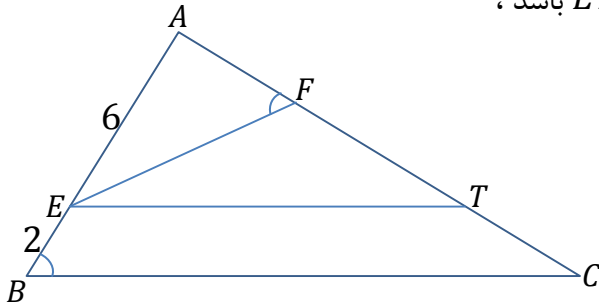
کلاس:

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

سؤال

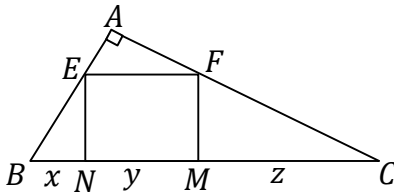
ردیف

در شکل روبرو اگر $AC = 12$ ، $\angle B = \angle F$ بوده و $ET \parallel BC$ باشد، طول FT را به دست آورید.



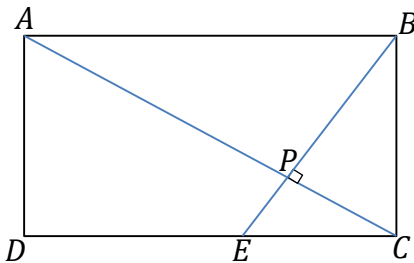
۱

در مثلث قائم الزاویه‌ای، مربعی (مطابق شکل) محاط شده است. ثابت کنید: $y^2 = xz$



۲

در مستطیل $ABCD$ از نقطه B عمودی بر قطر AC رسم می‌کنیم تا ضلع CD را در نقطه E قطع کند. اگر $AB = 2BC$ باشد نسبت $\frac{EC}{DE}$ را تعیین نمایید.



۳

۴ حاصل عبارت A را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$A = 5^{2^{3^2}} \times (5^{3^2})^3 \times 5^{(2^3)^2} \times (-25^2)^{-3} \times ((-625)^3)^{-2}$$

۵ معادله توانی زیر را حل نمائید :

$$\frac{3^{2x} + 3^{2x-1}}{2 \times 8^x + 8 \times 2^{3x}} = \frac{3}{20}$$

۶ اگر تساوی زیر برقرار باشد علامت a, b, c چه می توان گفت؟

(مثبت، منفی، نمی توان نظر داد) لطفاً دلیل ذکر کنید.

$$\sqrt[4]{\frac{ac^4}{-b^8}} = \frac{-c}{b^2} \times \sqrt[4]{-a}$$

۷ حاصل عبارات زیر را بدست آورید :

الف) $\sqrt[6]{5 + 2\sqrt{6}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \sqrt[6]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \times \sqrt[3]{\sqrt{2} - \sqrt{3}} =$
 $\sqrt[3]{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \sqrt[3]{-1} = -1$

ب) $\sqrt{\sqrt{32}} - 2^5\sqrt{96} - 3^4\sqrt{2^9} + \sqrt[5]{2^{10} \times 3}$

مخرج کسر زیر را گویا کنید:

۸

19

$$5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{3}$$

نقطه ای روی خط $y = x$ بیابید که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ به یک فاصله باشد.

۹

$$AM = BM \rightarrow \sqrt{(a-5)^2 + (a-6)^2} = \sqrt{(a-6)^2 + (a+1)^2}$$

\downarrow
M/a

توان ۲ → $(a-5)^2 + (a-6)^2 = (a-6)^2 + (a+1)^2$

$$(a-5)^2 = (a+1)^2 \rightarrow a^2 - 10a + 25 = a^2 + 2a + 1 \rightarrow a = 2$$

نقاط $A = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ سه رأس مثلث ABC می باشند و نقاط M و N به ترتیب اوساط اضلاع AB و AC هستند. معادله ی خط MN را به دست آورید.

۱۰

$$AB \text{ ب } M = \left| \begin{array}{c} 4+0 \\ 2 \\ 13+(-3) \\ 2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 2 \\ 10 \end{array} \right| \quad AC \text{ ب } N = \left| \begin{array}{c} 4+(-6) \\ 2 \\ -3+1 \\ 2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} -1 \\ -1 \end{array} \right|$$

$$m_{MN} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - (-1)}{2 - (-1)} = 2 \rightarrow y - 5 = 2(x - 2)$$

$$y = 2x + 1$$

$$\frac{x}{x-3} = a, \quad \frac{5}{y+2} = b$$

دستگاه زیر را حل کنید.

۱۱

$$\begin{cases} \frac{12}{x-3} - \frac{5}{y+2} = 63 \\ \frac{8}{x-3} + \frac{15}{y+2} = -13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a - b = 43 \\ 2a + 3b = -13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9a - 3b = 129 \\ 2a + 3b = -13 \end{cases}$$

$$\rightarrow 11a = 142 \rightarrow a = 14 = \frac{x}{x-3} \rightarrow \frac{x-3}{x} = \frac{1}{14} \rightarrow x = \frac{13}{14}$$

$$2a + 3b = -13 \rightarrow b = \frac{-13 - 28}{3} = -15 = \frac{5}{y+2} \rightarrow y+2 = \frac{-1}{15}$$

$$\rightarrow y = \frac{-17}{15}$$

۱۲ به کمک اتحادها ثابت کنید عدد $1397 \times 1396 \times 1395 + 1396$ مکعب کامل است.

$$(a+1) \times a \times (a-1) + a =$$

$$a(a^2-1) + a = a^3 - a + a = a^3 = 1396^3$$

← مکعب کامل است.

۱۳ اگر $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را به دست آورید.

روش اول: $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1)$

$$= 3 \times (7 - 1) = 18$$

به توان ۳

روش دوم: $x + \frac{1}{x} = 3$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(x + \frac{1}{x}) = 27 \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

روش سوم: $x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow x^2 + 1 = 3x$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 7(x + \frac{1}{x}) = 21$$

۱۴ عبارت زیر را تجزیه کنید:

$$2x(x - 2y) + y(2y + 5) - 5x - 3$$

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 + 5y - 5x - 3 =$$

$$2(x^2 - 2xy + y^2) - 5(x - y) - 3 =$$

$$2(x-y)^2 - 5(x-y) - 3 = (2(x-y) + 1)(x-y-3)$$

$$(2x - 2y + 1)(x - y - 3)$$